

【機械工程（工程力學）解題講座（高普考）】 講義

【機械工程（工程力學）解題講座（高普考）】講義

《公職、國營事業、證照》

面、函授課程【憑准考證則享優惠】

鼎文公職 解題

線上解題：<http://www.ezexam.com.tw>

最新考情
課程諮詢

電話：02-2331-6611

105年公務人員高等考試三級考試試題

代號：26070

全一張
(正面)

類 科：機械工程

科 目：工程力學（包括靜力學、動力學與材料力學）

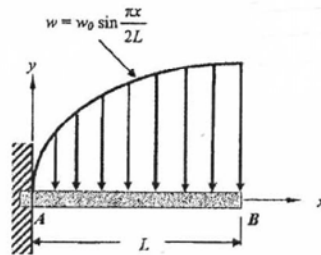
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器，須詳列解答過程。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

- 一、無重量懸臂樑 AB 受分佈力作用如下圖。試繪懸臂樑 AB 之自由體圖 (Free Body Diagram)，剪力分佈圖 (Shear force diagram) 及彎矩分佈圖 (Bending moment diagram)。並試求最大彎矩之大小及其發生位置。(20 分)



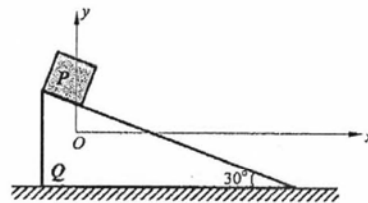
- 二、 x - y 座標相對於地面為固定，其原點 O 為楔子 Q 與方塊 P 系統自靜止狀態釋放前的重心， P 及 Q 的質量同為 5 kg ，所有接觸均為光滑無摩擦。系統釋放後， P 沿楔子 Q 斜面下滑 2 m 時，試求：

(一)方塊 P 沿楔子 Q 斜面方向之速度及加速度各為多少？(10 分)

(二)楔子 Q 之速度及加速度各為多少？(8 分)

(三)楔子 Q 與方塊 P 系統的重心座標為何？(7 分)

四、試驗證系統之機械能是否守恆。(10 分)



(請接背面)

答案以正式公告為準

105年公務人員高等考試三級考試試題

代號：26070

全一張

(背面)

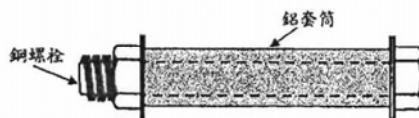
類 科：機械工程

科 目：工程力學（包括靜力學、動力學與材料力學）

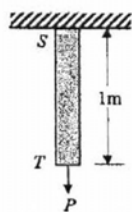
三、下圖銅螺栓之螺帽在 20°C 時剛好輕輕旋緊在鋁套筒不受力。套筒的內外半徑分別為 4 mm 及 5 mm，套筒長度為 20 cm。螺栓半徑為 3.5 mm。銅與鋁的熱膨脹係數分別為 $14 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ 及 $23 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ，楊氏係數則分別為 $2 \times 10^5 \text{ MPa}$ 及 $7 \times 10^4 \text{ MPa}$ 。試求當溫度上升至 120°C 時：

(一) 套筒及螺栓各自所受的負載。(10 分)

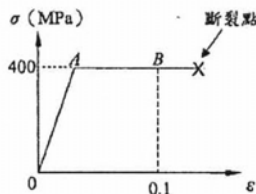
(二) 套筒及螺栓各自的伸長量。(10 分)



四、直徑 5 mm 之圓桿 ST 受軸向力 P 作用如下圖(a)。圓桿材料的楊氏係數為 $2 \times 10^5 \text{ MPa}$ ，其應力(σ)-應變(ϵ)曲線如下圖(b)。

(一) 圖(b)的 σ - ϵ 曲線可透過何種試驗獲得？曲線上相應於 A 點的應力在力學上的名稱為何？(4 分)(二) ST 可反抗的最大施力 P_{max} 為多少？如控制 P 使其自零慢慢增加至 P_{max} ，試述 ST 變形的過程及其最終的狀態。(10 分)(三) 如施加適當負載將圓桿材料的應力-應變狀態帶到 B 點，則圓桿中此時的應變能密度為多少？(5 分)(四) 如到 B 點後，將負載完全撤去，則圓桿最後的伸長量為多少？(6 分)

圖(a)

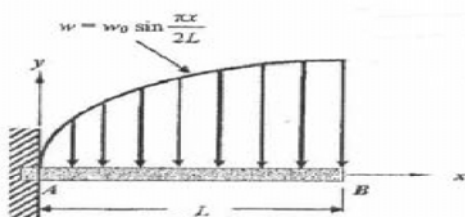


圖(b) (本圖為示意圖，未按比例繪畫)

答案以正式公告為準

申論題解答

、無重量懸臂樑 AB 受分佈力作用如下圖。試繪懸臂樑 AB 之自由體圖 (Free Body Diagram)，剪力分佈圖 (Shear force diagram) 及彎矩分佈圖 (Bending moment diagram)。並試求最大彎矩之大小及其發生位置。(20 分)



解析：

$$(1) \frac{dV}{dx} = -w \Rightarrow V(x) = \omega_0 \left(\frac{2L}{\pi} \right) \cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right) + C_1 \quad (a)$$

$$\frac{dM}{dx} = V \Rightarrow M(x) = \omega_0 \left(\frac{2L}{\pi} \right)^2 \sin\left(\frac{\pi x}{2L}\right) + C_1 x + C_2 \quad (b)$$

考慮邊界條件

$$V(L) = 0 \quad M(L) = 0 \text{ 帶入(a)(b)兩式得 } C_1 = 0 \text{ 和 } C_2 = -\omega_0 \left(\frac{2L}{\pi} \right)^2$$

解出剪力與彎矩函數

$$V(x) = \omega_0 \left(\frac{2L}{\pi} \right) \cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right) \quad (c)$$

$$M(x) = \omega_0 \left(\frac{2L}{\pi} \right)^2 \left[\sin\left(\frac{\pi x}{2L}\right) - 1 \right] \quad (d)$$

SFD

BMD

(2) 當 $x = 0$ 可分別求出梁內最大剪力與彎矩

$$V(x=0) = \omega_0 \left(\frac{2L}{\pi} \right) = V_{\max}$$

$$M(x=0) = -\omega_0 \left(\frac{2L}{\pi} \right)^2 = M_{\max}$$

答案以正式公告為準

二

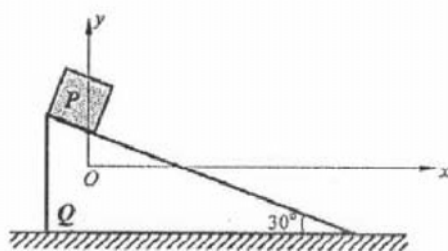
、 x - y 座標相對於地面為固定，其原點 O 為楔子 Q 與方塊 P 系統自靜止狀態釋放前的重心， P 及 Q 的質量同為 5 kg ，所有接觸均為光滑無摩擦。系統釋放後， P 沿楔子 Q 斜面下滑 2 m 時，試求：

(一) 方塊 P 沿楔子 Q 斜面方向之速度及加速度各為多少？(10 分)

(二) 楔子 Q 之速度及加速度各為多少？(8 分)

(三) 楔子 Q 與方塊 P 系統的重心座標為何？(7 分)

(四) 試驗證系統之機械能是否守恆。(10 分)



解析：

(1) 考慮動量-衝量原理及功能原理求出 $V_Q = 1.624(\text{m/s})$ $V_{P/Q} = 3.78(\text{m/s})$

(2) $a_Q = 3.36(\text{m/s}^2)$ $a_{P/Q} = 7.81(\text{m/s}^2)$

(3) 原系統重心不變 $(0, 0)$ 。

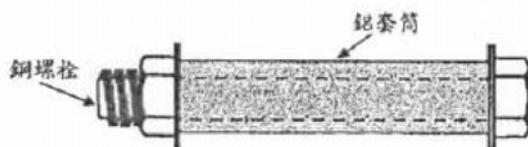
(4) 運動過程中僅重力作功，切接觸面均光滑無摩擦，故整體系統機械能守恆。

三

、下圖鋼螺栓之螺帽在 20°C 時剛好輕輕旋緊在鋁套筒不受力。套筒的內外半徑分別為 4 mm 及 5 mm ，套筒長度為 20 cm 。螺栓半徑為 3.5 mm 。鋼與鋁的熱膨脹係數分別為 $14 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 及 $23 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ ，楊氏係數則分別為 $2 \times 10^5\text{ MPa}$ 及 $7 \times 10^4\text{ MPa}$ 。試求當溫度上升至 120°C 時：

(一) 套筒及螺栓各自所受的負載。(10 分)

(二) 套筒及螺栓各自的伸長度。(10 分)

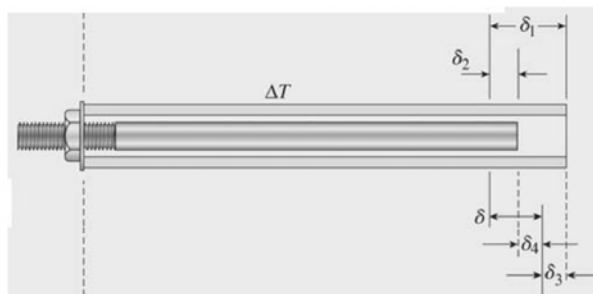


解析：下標 s 表示鋁套筒 下標 b 表示鋼螺栓

$$\delta_1 = \alpha_s (\Delta T) L \quad \delta_2 = \alpha_b (\Delta T) L \quad \delta_3 = \frac{P_s L}{A_s E_s} \quad \delta_4 = \frac{P_b L}{A_b E_b}$$

考慮諧和條件 $\delta = \delta_1 - \delta_3 = \delta_2 + \delta_4$

答案以正式公告為準



$$\text{且 } P_s = P_b$$



$$\text{得 (1) } P_s = P_b = \frac{(\alpha_s - \alpha_b)(\Delta T)A_s E_s A_b E_b}{A_s E_s + A_b E_b}$$

$$\delta = \frac{L(\Delta T)(\alpha_s A_s E_s + \alpha_b A_b E_b)}{A_s E_s + A_b E_b}$$

(2)

四

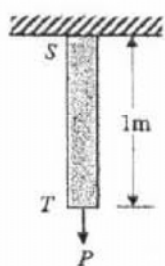
、直徑 5 mm 之圓桿 ST 受軸向力 P 作用如下圖(a)。圓桿材料的楊氏係數為 2×10^5 MPa，其應力(σ)-應變(ε)曲線如下圖(b)。

(一)圖(b)的 σ-ε 曲線可透過何種試驗獲得？曲線上相應於 A 點的應力在力學上的名稱為何？(4 分)

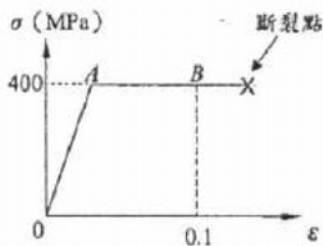
(二)ST 可反抗的最大施力 P_{max} 為多少？如控制 P 使其自零慢慢增加至 P_{max} ，試述 ST 變形的過程及其最終的狀態。(10 分)

(三)如施加適當負載將圓桿材料的應力-應變狀態帶到 B 點，則圓桿中此時的應變能密度為多少？(5 分)

(四)如到 B 點後，將負載完全撤去，則圓桿最後的伸長量為多少？(6 分)



圖(a)



圖(b) (本圖為示意圖，未按比例繪畫)

解析：

(1) 拉伸試驗(tensile test)、降伏應力

答案以正式公告為準

$$(2) P_{\max} = \sigma_y \times \frac{\pi d^2}{4} = 400 \times \frac{\pi \times 5^2}{4} = 7854(N)$$

OA 過程：

隨著負載增加桿件長度伸長

AB 過程：

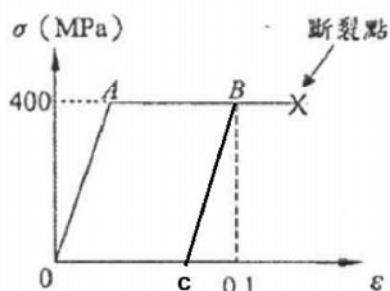
過 A 點進入降伏區，降伏區負載保持定值，桿件長度持續伸長至斷裂。

(3) 應變能密度即 OAB 線下面積

$$A \text{ 點位置 } \epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} = \frac{400}{2 \times 10^5} = 0.002$$

$$u = \frac{1}{2} (0.1 + 0.098) \times 400 = 39.6 \left(\frac{MJ}{m^3} \right)$$

(4)



考慮 B 點卸載至 C 點 (且 CB 與 OA 具相同斜率)

$$\epsilon_b = 0.1 \quad \epsilon_y = 0.002$$

$$\epsilon_c = \epsilon_b - \epsilon_y = 0.1 - 0.002 = 0.098$$

$$\text{得最後伸長量 } \delta_c = L \times \epsilon_c = 1000 \times 0.098 = 98(mm)$$

答案以正式公告為準

105年公務人員普通考試試題

代號：43920

全一張
(正面)

類 科：機械工程

科 目：機械力學概要

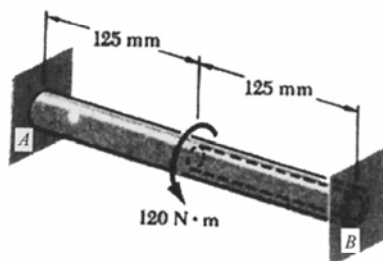
考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

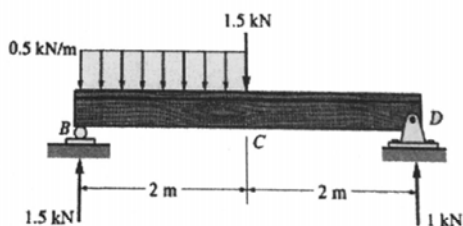
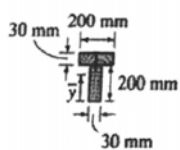
※注意：(一)可以使用電子計算器，須詳列解答過程。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

- 一、如圖所示，一截面為圓形的軸 AB ，係利用一長度 250 mm、直徑 20 mm 的圓柱狀鋼材，從 B 端鑽一長度 125 mm、直徑 16 mm 的內孔所構成。該軸被固定支持在 A 、 B 兩端，並且在中央處受到扭矩 $120 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的作用。試求該軸在兩端受到的扭矩作用各為若干？(20 分)



- 二、如圖所示，一截面為 T 形的樑由兩片 $200 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ 的板材所組成。已知樑的最大容許彎曲應力 $\sigma_{allow} = 12 \text{ MPa}$ 以及最大容許剪應力 $\tau_{allow} = 0.8 \text{ MPa}$ ，試問該樑能否安全地承受如圖所示的負荷？(備註：1.樑的重量可忽略不計。2.請繪出剪力圖及彎矩圖。)(20 分)



(請接背面)

答案以正式公告為準

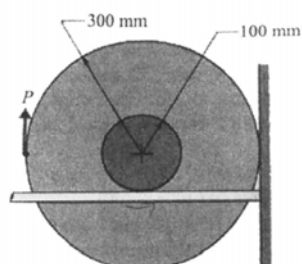
105年公務人員普通考試試題

代號：43920

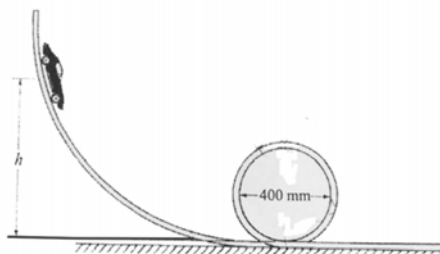
全一張
(背面)

類 科：機械工程
科 目：機械力學概要

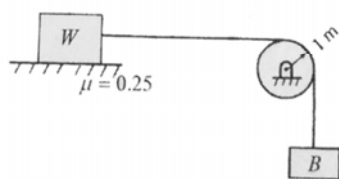
- 三、如圖所示，質量 20 kg 的階梯圓盤 (stepped disk) 靜止靠在垂直牆壁，且由兩條水平軌道支持 (從側視圖只能看到其中之一條水平軌道)。已知所有接觸面的靜摩擦係數為 0.4，試求該圓盤不產生運動時所允許的最大垂直作用力 P 為多少？(請繪出自由體圖。)(20 分)



- 四、如圖所示，一質量 $M = 200$ g 的玩具車，由距離軌道最低處為 h 的高度自由釋放後，剛好可以沿著軌道繞行圓環一周而不會落下。假設摩擦效應和玩具車的幾何尺寸可忽略不計，試求高度 h 應為多少公尺？(20 分)



- 五、如圖所示，已知重量 $W = 100$ kg 的物體自靜止狀態開始運動，當其速度達到 12 m/sec 時，共費時 4 秒，試求物體 B 的重量。假設該物體和地板之間的動摩擦係數 $\mu = 0.25$ ；滑輪與繩之間無摩擦，且滑輪對其轉動軸的慣性矩 $I = 5$ kg-m-sec² (重力單位)。(20 分)



答案以正式公告為準

申論題解答

1.

設實心部份為桿①，空心部份為桿②，

$$T_1 = T_A \quad T_2 = T_B$$

$$\text{平衡方程式：} T_A + T_B = 120 \cdots (a)$$

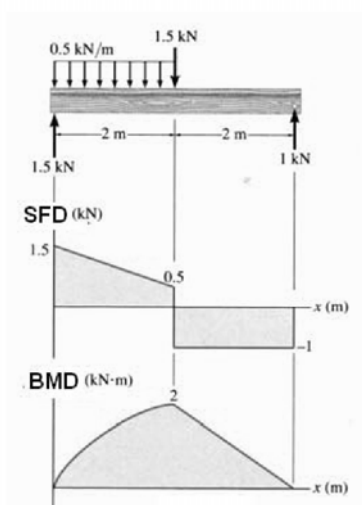
$$I_{P1} = \frac{\pi}{32}(20)^4 = 15.71 \times 10^3 \quad I_{P2} = \frac{\pi}{32}(20^4 - 16^4) = 9.247 \times 10^3$$

$$\text{諧和方程式：} \phi_1 = \phi_2$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{I_{P1}}{I_{P2}} = \frac{15.71}{9.247} \cdots (b)$$

$$\text{由(a)(b)兩式解得 } T_A = 75.5(N-m) \quad T_B = 44.5(N-m)$$

2.



$$\sigma = \frac{My}{I} = \frac{2(kN-m)(0.1575)}{60.125 \times 10^{-6}} = 5.24(Mpa) < 12(Mpa)$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{1.5(kN-m)(0.372 \times 10^{-3})}{60.125 \times 10^{-6} \times 0.03} = 0.309(Mpa) < 0.8(Mpa)$$

負載可以承載圖式負載

答案以正式公告為準

3

$$f_1 = 0.4N_1 \quad f_2 = 0.4N_2$$

$$(1) \sum F_x = 0 \Rightarrow f_2 = N_1 \Rightarrow N_1 = 0.4N_2$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P + N_2 + f_1 = 20 \times 9.81$$

$$\text{對圓盤中間 } O \text{ 點} \quad \sum M_O = 0 \Rightarrow P \times 0.3 = f_1 \times 0.3 + f_2 \times 0.1$$

$$P = 39.6(N)$$

4.

考慮圓形軌道最高處軌道面接觸力 $N=0$ 速度 V

$$\sum F = ma_n \Rightarrow N + mg = m \times \frac{V^2}{R} \quad V = \sqrt{gR} = \sqrt{9.81 \times 0.2} = 1.4(m/s)$$

考量玩具車釋放點至圓形軌道最高處之能量守恆(最低點為位能為零基準點)

$$mgh_{\min} = mg \times 0.4 + \frac{1}{2}m \times V^2 \Rightarrow h_{\min} = 0.50(m)$$

答案以正式公告為準